

2. előadás

Hosszú távú modell:
Termelési függvény és termelési tényezők

Tóth Gábor

Budapesti Corvinus Egyetem

Makroökonómia

Mit tudunk eddig?

- GDP
- Árindexek
- Munkanélküliség
- Kamat

És a legfontosabb:

Vannak releváns gazdasági kérdések, amikre válaszolni szeretnénk.

Miért gazdagok egyes országok, míg mások szegények?

Ország	Egy főre jutó reál GDP, 2017	
	(2011 US\$)	USA százalékában
Nigéria	899	0,02
India	6 281	0,12
Kína	12 627	0,23
Brazília	13 883	0,25
Argentína	16 556	0,30
Magyarország	24 023	0,44
Olaszország	38 249	0,70
Egyesült Királyság	39 676	0,73
Franciaország	40 000	0,73
Japán	40 494	0,74
Németország	49 235	0,90
Egyesült Államok	54 591	1,00

Adatok forrása: Penn World Table 9.1

Építsünk modellt!

Mi kell a modellhez?

- Szereplők (fogyasztó, vállalat, állam, ...)
- Piacok (árupiac, munkapiac, tőkepiac, ...)
- Egyensúly (kereslet = kínálat)

Kérdések

- Mennyit és hogyan termel a vállalat?
- Kihez kerül a jövedelem?
- Ki vásárolja meg a termékeket?

Mit csinál a vállalat?

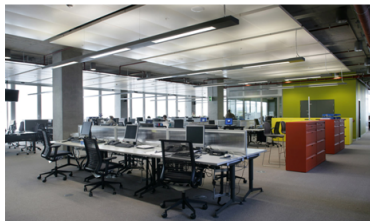
Vállalat

- termel (termékeket és szolgáltatásokat állít elő)
- munkát használ fel a termeléshez (munkakereslet)
- tőkét használ fel a termeléshez (tőkekereslet)
- profitot maximalizál

Termelési tényezők

A termékek és szolgáltatások előállítására használt erőforrások:

- Tőke (termelés során használt eszközök, épületek)
- Munka (munkások vagy munkaórák száma)



Termelési függvény

Megmutatja, hogyan határozzák meg a termelési tényezők a kibocsátás szintjét:

$$Y = F(L, K)$$

- Y: kibocsátás
- L: munka
- K: tőke

Termelési függvény tulajdonságai

Állandó mérethozadék (konstans skálahozadék): valamennyi termelési tényező azonos százalékkal való együttes növelése esetén a kibocsátás ugyanakkora százalékkal nő.

$$zY = F(zL, zK)$$

$$2Y = F(2L, 2K)$$

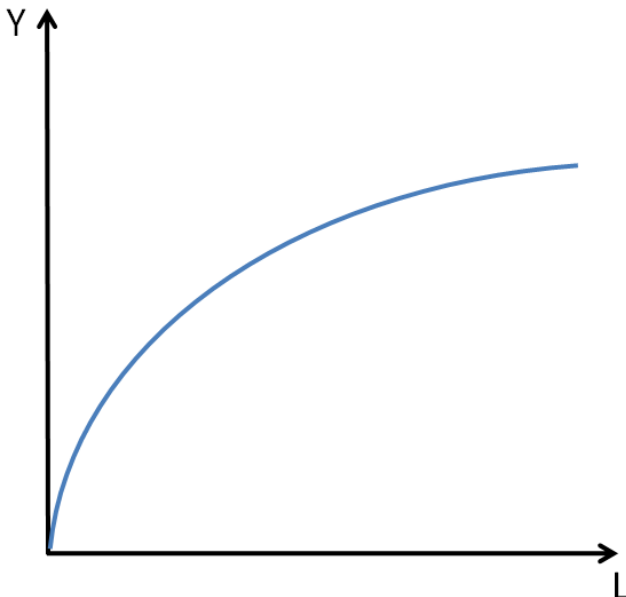
Állandó mérethozadék



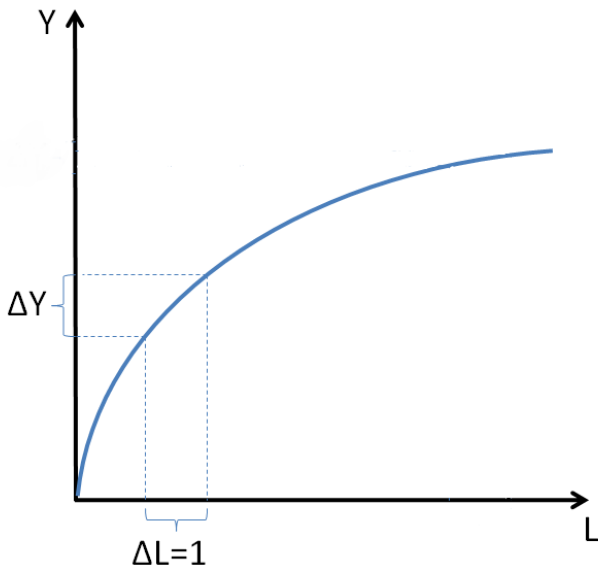
Termelési függvény tulajdonságai

- Növekvő (minél több munkát használunk fel a termelés során, annál több terméket állíthatunk elő)
- Konkáv (minél több munkát használunk fel a termelés során, annál kevésbé képes plusz egy egység munka növelni a kibocsátást **(csökkenő határtermék)**)

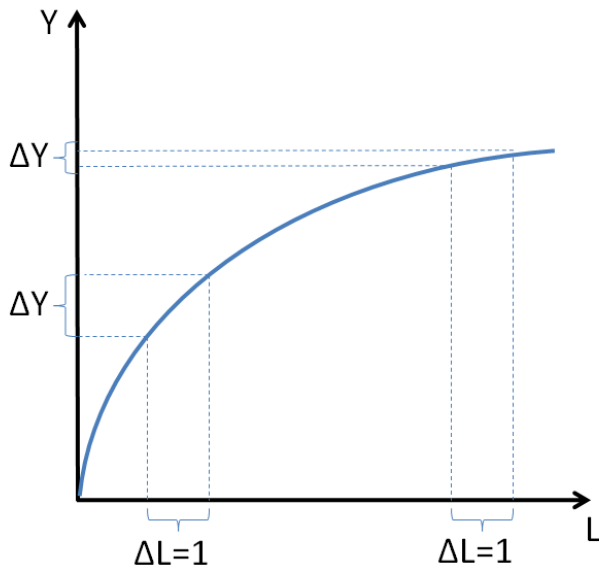
A munka parciális termelési függvénye



Csökkenő határtermék (MPL)



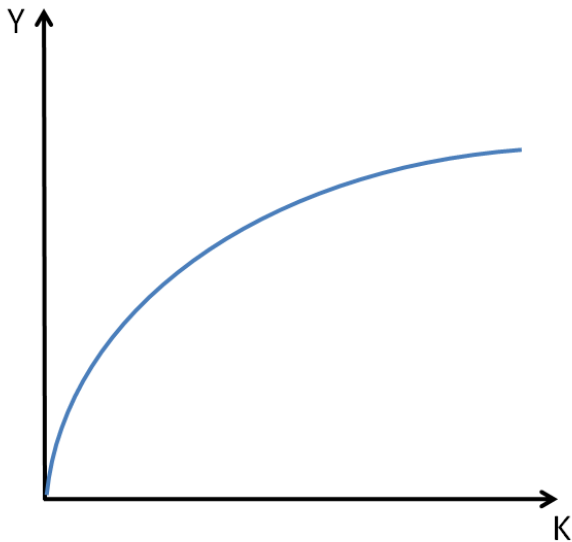
Csökkenő határtermék (MPL)



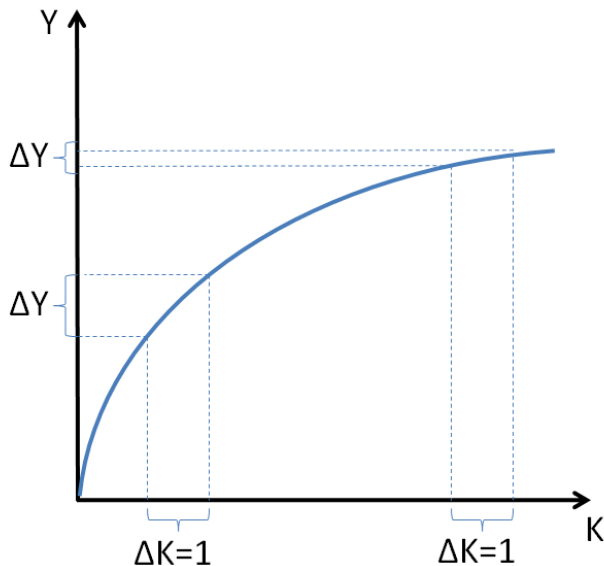
Termelési függvény tulajdonságai

- Növekvő (minél több tőkét használunk fel a termelés során, annál több terméket állíthatunk elő)
- Konkáv (minél több tőkét használunk fel a termelés során, annál kevésbé képes plusz egy egység tőke növelni a kibocsátást (**csökkenő határtermék**))

A tőke parciális termelési függvénye



Csökkenő határtermék (MPK)



Milyen termelési függvény felel meg ezeknek
a tulajdonságoknak?

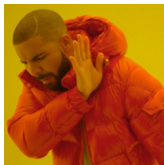
Cobb-Douglas termelési függvény



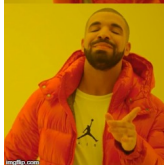
Cobb-Douglas termelési függvény

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

- A : teljes tényezőtermelékenység
- $0 < \alpha < 1$



$$\begin{aligned}\alpha + \beta &< 1 \\ \alpha + \beta &> 1\end{aligned}$$



$$\alpha + \beta = 1$$

Cobb-Douglas termelési függvény - példa

$$Y = 3K^{0,3}L^{0,7}$$

$$K \rightarrow 2K$$

$$L \rightarrow 2L$$

$$3(2K)^{0,3}(2L)^{0,7} = 2^{0,3+0,7}3K^{0,3}L^{0,7} = 2 \cdot 3K^{0,3}L^{0,7} = 2Y$$



Állandó mérethozadékú

Feladat

$$Y = 7,65K + 3,45L$$

$$Y = 4,87K^{0,28}L^{0,28}$$

$$Y = 1,06K^{0,34}L^{0,66}$$

$$Y = \min\{0,34K; 3,12L\}$$

$$Y = 7,54K^{0,28}L^{2,13}$$

$$Y = \frac{L^2}{K}$$



A vállalat profitot maximalizál

$$\text{Profit} = \text{Bevétel} - \text{Kiadás}$$



A vállalat döntési problémája: profitmaximalizálás

$$\text{Profit} = \text{Bevétel} - \text{Kiadás}$$

$$Profit = PY - WL - R^K K$$

- W : Nominálbér (munka ára)
- R^K : Tőke nominális bérleti díja (tőke ára)

A vállalat döntési problémája: profitmaximalizálás

Célfüggvény:

$$Profit = PY - WL - R^K K \rightarrow \max$$

Korlát:

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$$

Elsőrendű feltételek

$$Profit = P \cdot AK^{\alpha}L^{1-\alpha} - WL - R^K K \rightarrow \max$$

$$\frac{\partial Profit}{\partial L} = P \cdot AK^{\alpha}(1 - \alpha)L^{-\alpha} - W = 0$$

$$\frac{\partial Profit}{\partial K} = P \cdot A \cdot \alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha} - R^K = 0$$

Elsőrendű feltételek

$$AK^{\alpha}(1 - \alpha)L^{-\alpha} = \frac{W}{P} = w$$

$$A \cdot \alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha} = \frac{R^K}{P} = r^K$$

- w : reálbér
- r^K : tőke reálbérleti díja

Munkakereslet

$$AK^{\alpha}(1 - \alpha)L^{-\alpha} = w$$

$$MPL = w$$

A munka határterméke (MPL) a termelési függvény munka szerinti deriváltja. Az egy munkásnak kifizetett bér annyival egyenlő, amennyivel az a plusz egy egység munka növeli a termelést.

Munkakereslet

$$AK^{\alpha}(1 - \alpha)L^{-\alpha} = w$$

$$AK^{\alpha}(1 - \alpha)L^{-\alpha}L = wL$$

$$AK^{\alpha}(1 - \alpha)L^{1-\alpha} = wL$$

$$(1 - \alpha)Y = wL$$

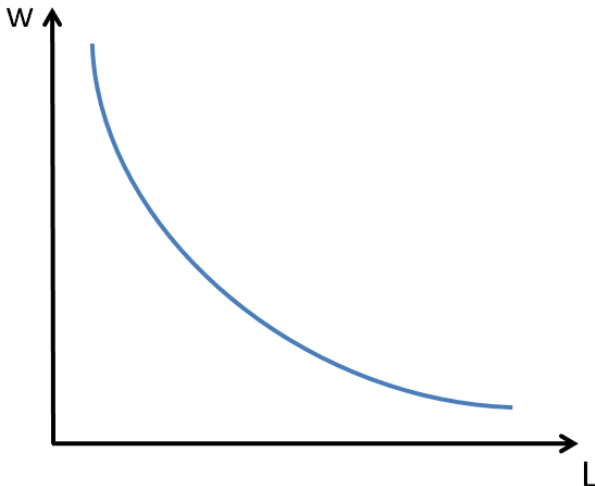
$$(1 - \alpha)\frac{Y}{w} = L$$

Munkakereslet

$$L^D = (1 - \alpha) \frac{Y}{w}$$

- A tervezett kibocsátás növekedése növeli a munkakeresletet (pl. a tőkeállomány növekedése vagy a technológia fejlődése miatt)
- A reálbér emelkedése csökkenti a munkakeresletet

Munkakeresleti függvény



Tőkekereslet

$$A \cdot \alpha K^{\alpha-1} L^{1-\alpha} = r^K$$

$$MPK = r^K$$

A tőke határterméke (MPK) a termelési függvény tőke szerinti deriváltja. Az egy egység tőke után fizetett bérleti díj annnyival egyenlő, amennyivel az a plusz egy egység tőke növeli a termelést.

Tőkekereslet

$$A \cdot \alpha K^{\alpha-1} L^{1-\alpha} = r^K$$

$$A \cdot \alpha K^{\alpha-1} L^{1-\alpha} K = r^K K$$

$$A \cdot \alpha K^{\alpha} L^{1-\alpha} = r^K K$$

$$\alpha Y = r^K K$$

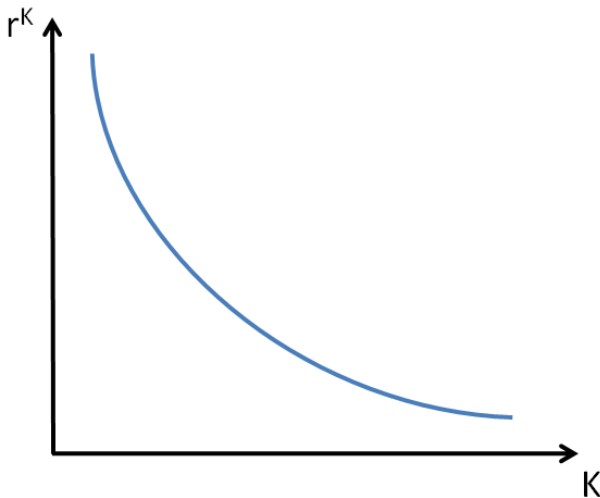
$$\alpha \frac{Y}{r^K} = K$$

Tőkekereslet

$$K^D = \alpha \frac{Y}{r^K}$$

- A tervezett kibocsátás növekedése növeli a tőkekeresletet (pl. a munkaerő-állomány növekedése vagy a technológia fejlődése miatt)
- A reálbérleti díj emelkedése csökkenti a tőkekeresletet

Tőkekeresleti függvény



Profitmaximalizáló vállalat szabálya

$$MPL = w$$

$$MPK = r^K$$

Addig növeli a termelési tényező iránti keresletét, amíg a tényező határterméke egyenlő nem lesz a reálértelemben vett tényezőárral.

Pestis és termelési tényezők

A XIV. századi Európában tombolt a pestis, amely így egy morbid, ám szemléletes esettanulmányt biztosít témánkhoz. A járvány 1348-as kitörését követő néhány évben a járvány a lakosság körülbelül harmadát elpusztította.

Mi történhetett a reálbérekkel?

Pestis és termelési tényezők

A XIV. századi Európában tombolt a pestis, amely így egy morbid, ám szemléletes esettanulmányt biztosít témánkhoz. A járvány 1348-as kitörését követő néhány évben a járvány a lakosság körülbelül harmadát elpusztította.

Mi történhetett a reálbérekkel?

Mivel kevesebb munkaerő lett, így MPL megnőtt. Historikus adatok szerint a reálbér körülbelül megduplázódott. Aki túlélte a betegséget, annak a jövedelme megnőtt.

Pestis és termelési tényezők

Mi történhetett a tőke reálbérleti díjával?

Pestis és termelési tényezők

Mi történhetett a tőke reálbérleti díjával? Kevesebb embert lehetett befogni földművelésre, így egységnyivel több föld kevesebb addicionális termelést jelentett. Magyarán MPK csökkent. Ennek megfelelően a tőke (föld) reálbérleti díjának csökkennie kellett. Historikus adatok szerint legalább 50 százalékot zuhant.

A jövedelem eloszlása

- Munkajövedelem aránya a teljes jövedelmen belül:

$$\frac{wL}{Y} = 1 - \alpha$$

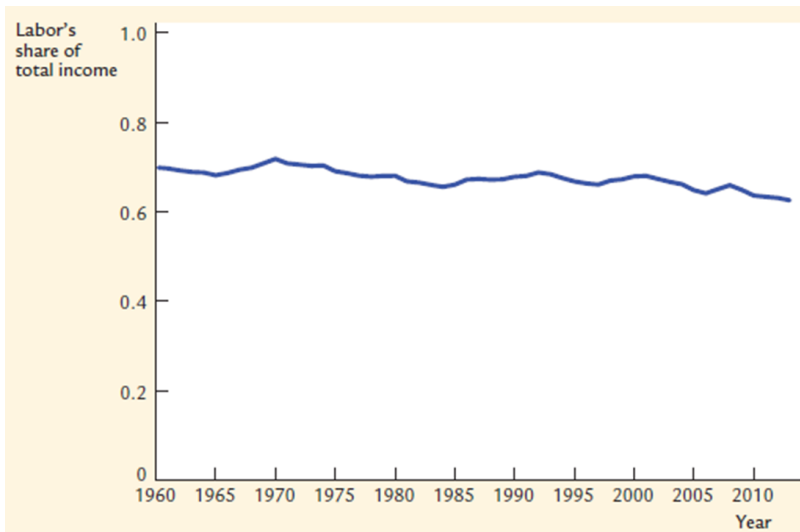
- Tőkejövedelem aránya a teljes jövedelmen belül:

$$\frac{r^K K}{Y} = \alpha$$

- Teljes jövedelem:

$$Y = wL + r^K K$$

A munkajövedelem aránya a teljes jövedelemhez képest



Forrás: Mankiw (2015): *Macroeconomics*

Cikk: Labor Pains

- Mi történt a munkajövedelem arányával a teljes jövedelemhez képest?
- Mi lehet ennek a magyarázata?
- Miért lehet ez probléma?
- Milyen megoldási javaslatokat tudunk elképzelni?

Mi határozza meg a reálbérek növekedését?

A munkatermelékenység és a reálbérek növekedése az Amerikai Egyesült Államokban

Időszak	A munkatermelékenység növekedési üteme	A reálbérek növekedési üteme
1959-1973	2,9	2,3
1973-1995	1,4	0,7
1995-2012	2,5	1,3

Forrás: Mishkin: Makroökonómia tankönyv, 3.2 táblázat

Munkatermelékenység: egy munkaegységre jutó kibocsátás (Y/L)

Ajánlott olvasnivalók: Mennyit ér a bérünk?

Oblath Gábor (2014): Európai munkáért európai béreket?

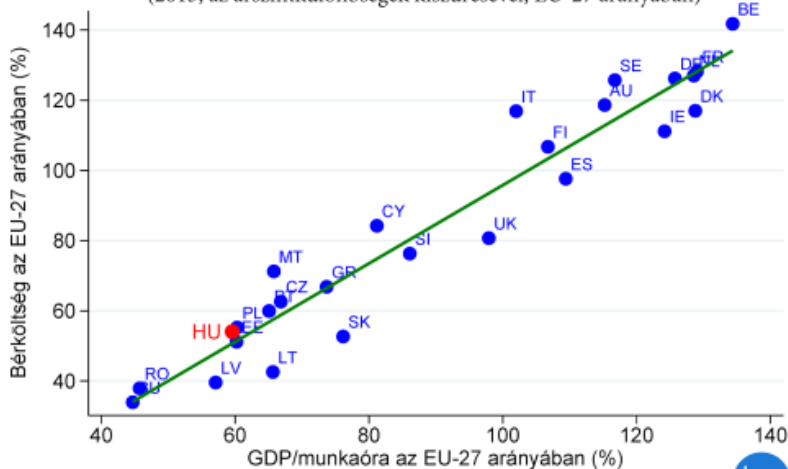
Motyovszki Gergő (2014): Miért keresünk kevesebbet itthon, mint nyugaton?

- Alacsonyabbak-e a bérek Magyarországon Nyugat-Európához hasonlítva?
- Magasak-e az árak Nyugat-Európához hasonlítva?
- Tapasztalatok? Miket vásárolunk külföldön is (termék, szolgáltatás)? Reprezentatív a kosár?

Termelékenység és reálbér összefüggése

Egy órára jutó GDP és bérköltség

(2013, az árszintkülönbségek kiszűrésével, EU-27 arányában)



Forrás: Eurostat. Az ábra nem tartalmazza Luxemburgot.



Tanulságok

- Nem a nominálbért kell hasonlítani, hanem a reálbért!
- A magyar reálbérek azért alacsonyabbak, mert a magyar munkások termelékenysége alacsonyabb, mint a nyugatiaké.
- Ez NEM azt jelenti, hogy a magyar munkások képzettsége rosszabb!
- Egyéb befolyásoló tényezők szerepe.

Miért gazdagok egyes országok, míg mások szegények?

	egy tőkeállomány	főre eső	teljes tényezőter- melékenység	egy főre jövedelem
Ország	k	$k^{0,3}$	A	$y = Ak^{0,3}$
Nigéria	0,02	0,33	0,05	0,02
India	0,13	0,55	0,21	0,12
Kína	0,40	0,76	0,30	0,23
Brazília	0,40	0,76	0,33	0,25
Argentína	0,28	0,69	0,44	0,30
Magyarország	0,78	0,93	0,47	0,44
Olaszország	1,48	1,13	0,62	0,70
Egyesült Királyság	1,06	1,02	0,71	0,73
Franciaország	1,19	1,05	0,69	0,73
Japán	0,96	0,99	0,75	0,74
Németország	1,23	1,07	0,85	0,90
Egyesült Államok	1,00	1,00	1,00	1,00

Adatok forrása: Penn World Table 9.1.

Kínálati sokkok

Termelési függvény változásai - azonos munka és tőke mellett más kibocsátást eredményez, tehát a termelékenység (TFP, A) változik.

Pozitív vagy negatív

- **Technológiai sokk:** Technológiai fejlődés.
- **Természeti-környezeti sokk:** Vihar, szárazság, áradás, földrengés, hurrikán stb.
- **Energia sokk:** Pl. OPEC: Olajár változásának hatásai.

Gyakorlat: olajár-sokk

Három példa az USA-ban

- Első sokk: 1973-1974. Reálbérek 1,9 százalékkal, részvények árfolyamai 25 százalékkal csökkentek.
- Második sokk: 1979-1980. Reálbérek 1,1 százalékkal, részvények árfolyamai 7 százalékkal csökkentek.
- Harmadik sokk: 2007-2008. Reálbérek 2,4 százalékkal, részvények árai 50 százalékkal csökkentek.

Ábrázoljuk, mi történt!

Mit csinál a fogyasztó?

Fogyasztó

- fogyaszt (termékeket és szolgáltatásokat vásárol)
- megtakarít
- felkínálja munkaerejét (munkakínálat)
- felkínálja az általa birtokolt tőkét (tőkekínálat)
- beruház (gondoskodik a tőkeállomány bővítéséről és pótlásáról)

Fogyasztás, megtakarítás

A fogyasztó a jövedelmét (Y) fogyasztásra (C) és megtakarításra (S) fordítja.



imgg.com

JARE-CLARK.TUMBLR

Fogyasztási függvény

$$C = (\bar{C}) + MPC \cdot Y$$

- \bar{C} : autonóm (jövedelemtől független) fogyasztás
- MPC : fogyasztási határhajlandóság

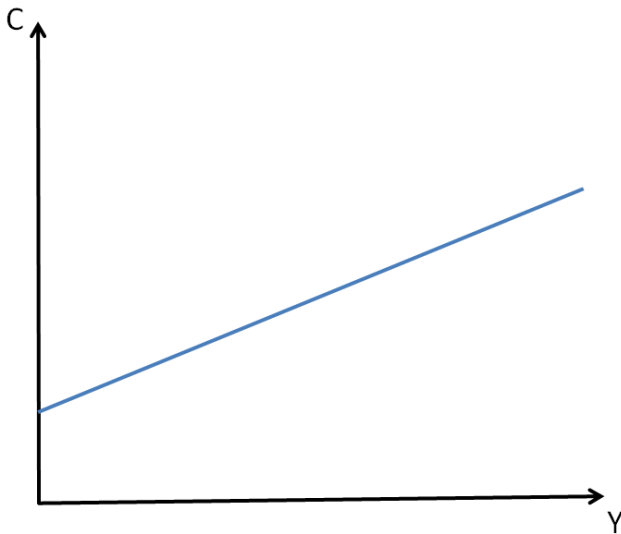
Fogyasztási határhajlandóság (MPC)

A fogyasztás változása a jövedelem egységnyi növekedésekor. (A plusz jövedelem ekkora hányadát fogyasztják el.)

$$0 < MPC < 1$$

Pl. ha $MPC=0,8$ és 1000 Ft-tal nő a jövedelem, akkor 800 Ft-ot költenek belőle fogyasztásra és 200 Ft-ot megtakarítanak.

Fogyasztási függvény



Megtakarítási függvény

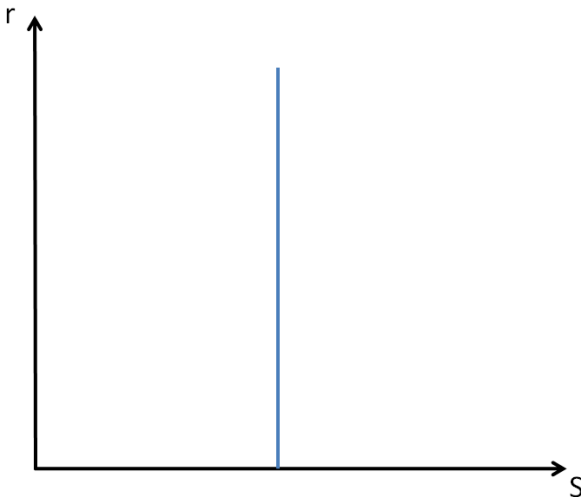
$$S = (\bar{S}) + (1 - MPC) \cdot Y$$

ahol

$$\bar{S} = -\bar{C}$$

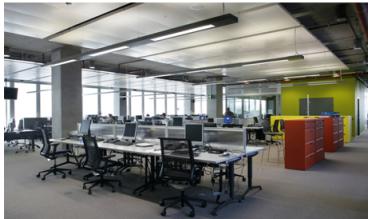
Megtakarítási függvény

A megtakarítás egyelőre nem függ a kamatokról.



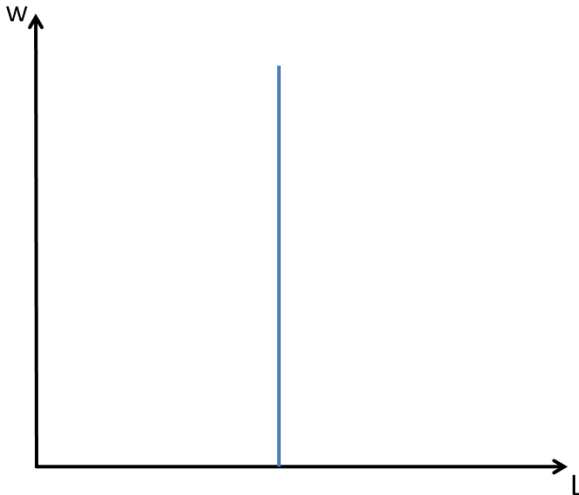
Munka és tőke

A fogyasztó felkínálja munkaerejét és az általa birtokolt tőkét.



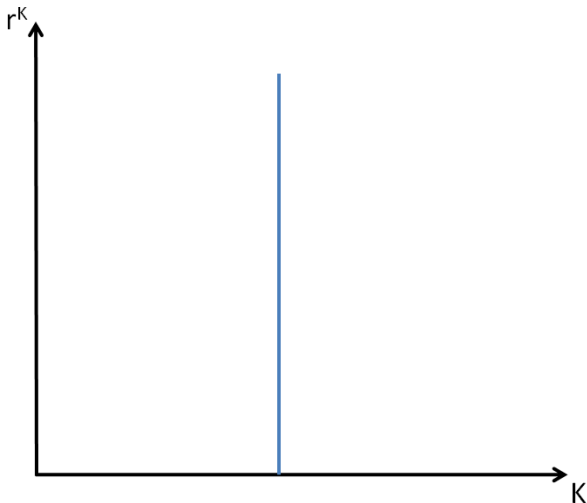
Munkakínálat

A munkakínálat az egyszerűség kedvéért konstans.



Tőkeínálat

A tőkeínálat az egyszerűség kedvéért konstans.



Beruházás

A gazdasági szereplők beruházhatnak.



Beruházás

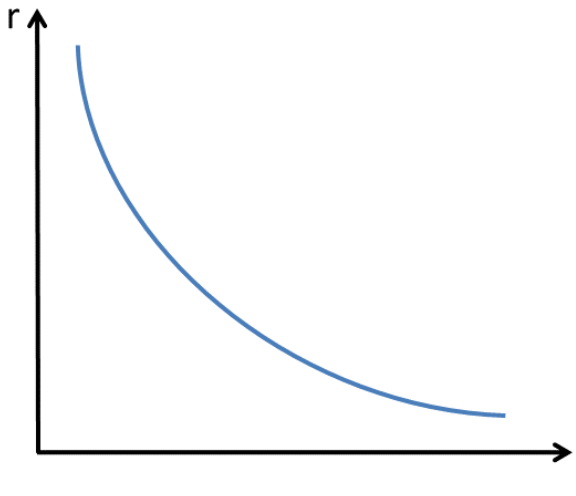
- Tőkeállomány növelése és pótlása
- A beruházás nagysága a kamatlábtól függ.

Beruházási függvény

$$I = \bar{I} - d \cdot r$$

- \bar{I} : autonóm beruházás (az összes olyan tényező hatása a kamaton kívül, ami befolyásolja a beruházást)
- d : a beruházás kamatérzékenysége
- r : reálkamatláb

Beruházási függvény



Mi történik a piacokon?

Árupiac

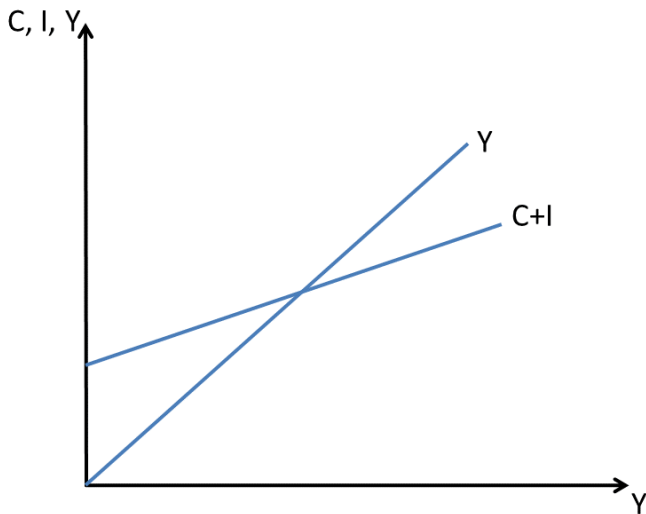
- Kínálat: a vállalat felkínálja a megtermelt termékeket és szolgáltatásokat (Y)
- Kereslet: fogyasztási (C) és beruházási (I) célokra vásárolnak belőle
- Egyensúly:

$$Y = C + I$$

Árúpiaci egyensúly

- A termelési tényezők meghatározzák a kibocsátás nagyságát
- A kamatláb biztosítja, hogy az árúpiaci kereslet megegyezzen a kínálattal (egyensúlyi kamatláb)

Árupiac

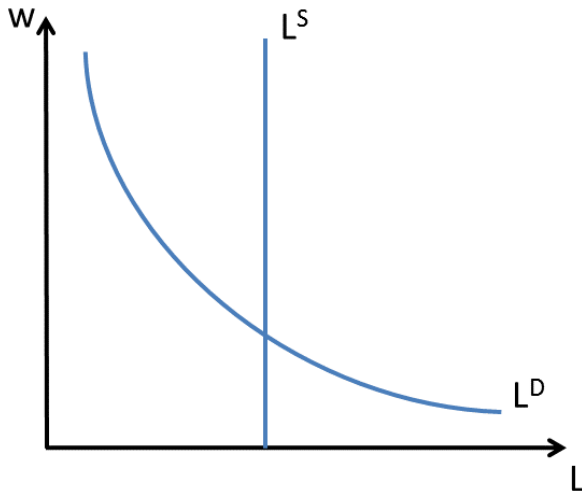


Munkapiac

- Kínálat: a fogyasztó felkínálja munkaerejét (L^S)
- Kereslet: a vállalat munkaerőt foglalkoztat (L^D)
- Egyensúly:

$$L^S = L^D$$

Munkapiac

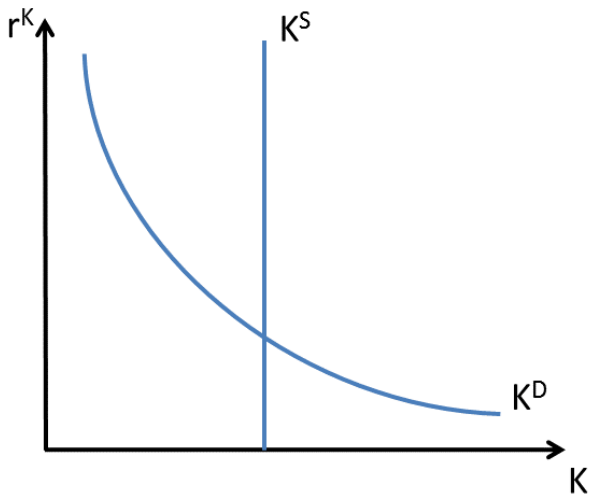


Tőkepiac

- Kínálat: a gazdasági szereplők felkínálják az általuk birtokolt tőkét (K^S)
- Kereslet: a vállalatnak tőkére van szüksége a termeléshez (K^D)
- Egyensúly:

$$K^S = K^D$$

Tőkepiac



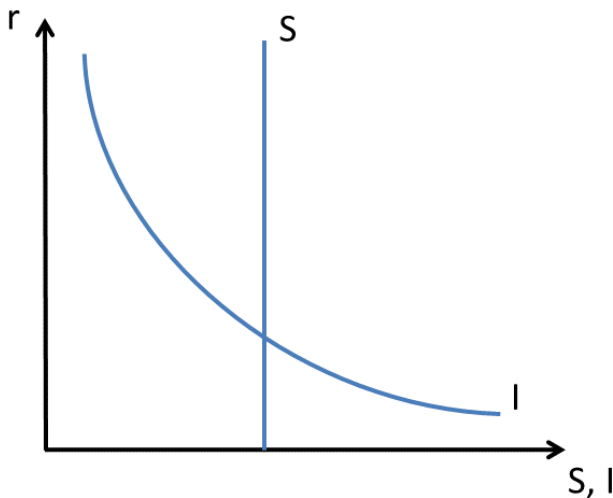
Vagyoneszközök (kölcsönözhető források) piaca

- Kínálat: a fogyasztók felkínálják megtakarításukat (S)
- Kereslet: a beruházások finanszírozásához szükség van forrásokra (I)
- Egyensúly:

$$S = I$$



Vagyoneszközök (kölcsonözhető források) piaca



A modell - magatartási egyenletek

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

$$L^D = (1 - \alpha) \frac{Y}{w}$$

$$K^D = \alpha \frac{Y}{rK}$$

$$C = (\bar{C}) + MPC \cdot Y$$

$$S = (\bar{S}) + (1 - MPC) \cdot Y$$

$$I = \bar{I} - d \cdot r$$

$$L^S = \text{konstans}$$

$$K^S = \text{konstans}$$

A modell - egyensúlyi feltételek

$$Y = C + I$$

$$L^S = L^D$$

$$K^S = K^D$$

$$S = I$$



Mit tanultunk ma?

- Hogyan építünk modellt?
- Hogyan termel a vállalat?
- Mit csinál a fogyasztó?

Hol tartunk?

Tankönyv 3. és 4. fejezet