Életbiztosítás praktikum 2024

2. alkalom
Életbiztosítások nettó és bruttó, egyszeri és rendszeres díjai

Szepesváry László
Magyar Posta Életbiztosító Zrt.

2024.10.18

A mai óra anyaga

1. Halandósági táblák, ekvivalencia elv, kommutációs számok
2. Hagyományos életbiztosítások legfontosabb típusai és azok egyszeri nettó díja
3. Életbiztosítások rendszeres (éves / havi) nettó díja
4. Életbiztosítások bruttó (egyszeri és rendszeres) díjai

1. Halandósági táblák, ekvivalencia elv, kommutációs számok

Ismétlés díjkalkulációhoz– halandósági táblák

- q_x (halálozási valószínűség) – annak a valószínűsége, hogy valaki megéli az x éves kort, de meghal az (x+1)-edik életéve betöltése előtt
- l_x (kihalási rend) – egy 100.000 fős induló populációból x évesen hányan vannak életben
- d_x – a kihalási rend szerint x évesen elhalálozók száma
- ω – legmagasabb életkor (általában 100 év)
- Férfiakra és nőkre nagy különbségek! <-> Gender direktíva (a díjban és a szolgáltatásban nem lehet különbséget tenni!)
- Férfi, női és unisex halandósági táblák

Ismétlés díjkalkulációhoz 2. – technikai kamatláb

- i – technikai kamatláb
  - Díjkalkulációnál pénzáramok diszkontálásához használt kamatláb
  - Egyfajta garantált hozamnak tekinthető
  - Maximuma törvényileg szabályozott: HUF esetén jelenleg 4%, de bizonyos esetekben 7% is lehet (lásd lenti linken).
  - Alacsony hozamkörnyezet <-> magas hozamkörnyezet, sokszor változott az évek során a limit (vö: hosszú távú szerződések)
  - http://net.jogtar.hu/jr/gen/hjegy_doc.cgi?docid=A1500054.MNB
  - v – diszkontfaktor $v = 1 / (1 + i)$

Ismétlés díjkalkulációhoz 3. – ekvivalencia elv + múltkori példa

- A nettó díj számításának alapja az **ekvivalencia elv:** **A bevételek várható jelenértéke = A kiadások várható jelenértéke**
- Múltkori példa: 50 éves szerződő 15 éves tartamra köt kockázati haláleseti biztosítást. Az egyszeri nettó díjat (A) a tartam elején fizeti. A biztosítási összeg 1 Ft.
- Bevételek várható jelenértéke = l_{50}*A
- Kiadások várható jelenértéke = $d_{50}*v^1 + d_{51}*v^2 + \ldots + d_{63}*v^{14} + d_{64}*v^{15}$ (Feltételezés: a kifizetések mindig év végén történnek!)
- $A = (d_{50}*v^1 + d_{51}*v^2 + \ldots + d_{63}*v^{14} + d_{64}*v^{15}) / l_{50}$

Kommutációs számok

- Hagyományos aktuáriusi gyakorlat része
- Díjkalkulációs képletek egyszerűbb formában
- Definíciók (ma csak az első 4-et használjuk)
  - $C_x = d_x \cdot v^{x+1}$ vagy $C_x = d_x \cdot v^{x+0,5}$ (mikor vannak a kifizetések?)
  - $D_x = l_x v^x$
  - $M_x = \sum_{k=x}^{\omega} C_k$
  - $N_x = \sum_{k=x}^{\omega} D_k$
  - $R_x = \sum_{k=x}^{\omega} M_k$
  - $S_x = \sum_{k=x}^{\omega} N_k$

A díjszámítás 3 lépcsős folyamata

1. Egyszeri nettó díj számítása (díj tartam elején, költséget nem tartalmaz)
2. Rendszeres nettó díj számítása (díj rendszeres időközönként, költséget nem tartalmaz)
3. Rendszeres bruttó díj számítása (díj rendszeres időközönként, költséget is tartalmaz)

2. Hagyományos életbiztosítások legfontosabb típusai és azok egyszeri nettó díja

A, Kockázati életbiztosítás

- x éves biztosított n éves tartam alatt bekövetkező halála esetén fizet 1 Ft biztosítási összeget
- Az egyszeri nettó díj: $A_{x:n}^{1}$
- Ekvivalencia egyenlet

$$l_x \cdot A_{x:n}^{1} = d_x \cdot v^1 + d_{x+1} \cdot v^2 + \cdots + d_{x+n-1} \cdot v^n$$

- Osszunk l_x-szel és bővítsünk v^x-szel

$$A_{x:n}^{1} = \frac{d_x \cdot v^{x+1} + d_{x+1} \cdot v^{x+2} + \cdots + d_{x+n-1} \cdot v^{x+n}}{l_x \cdot v^x}$$

A, Kockázati életbiztosítás 2.

- Behelyettesítve a kommutációs számokat

$$A^{1}_{x:n} = \frac{C_x + C_{x+1} + \cdots + C_{x+n-1}}{D_x}$$

$$A^{1}_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

B, Elérési életbiztosítás

- x éves biztosított n éves tartam alatt NEM bekövetkező halála esetén fizet 1 Ft biztosítási összeget (a tartam végén)
- Az egyszeri nettó díj: $A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1}$
- Ekvivalencia egyenlet

$$l_x \cdot A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1} = l_{x+n} \cdot v^n$$

- Kommutációs számokkal

$$A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1} = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

C, Vegyes életbiztosítás

- Kockázati és elérési összege
- x éves biztosított n éves tartam alatt bekövetkező halála esetén fizet 1 Ft biztosítási összeget az elhalálozáskor, vagy a tartam végén 1 Ft elérési összeget, ha életben marad
- Az egyszeri nettó díj: $A_{x:n}$

$$A_{x:n} = A^{1}_{x:n} + A_{x:\overset{1}{n}}$$

$$A_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

D, Whole life kockázati életbiztosítás

- x éves biztosított halálakor 1 Ft biztosítási összeget fizet (nincs tartamhoz kötve!)
- Az egyszeri nettó díj: $A_{x:n}$
- Ekvivalencia egyenlet

$$l_x \cdot A_{x:n} = d_x \cdot v^1 + d_{x+1} \cdot v^2 + \cdots + d_\omega \cdot v^{\omega - x + 1}$$

$$A_{x:n} = \frac{M_x}{D_x}$$

E, Term fix életbiztosítás

- x éves biztosított, n éves tartam, a biztosított halálától vagy életben maradásától függetlenül 1 Ft BÖ-t fizet ki n év múlva
- A rendszeres díjnál lesz igazából értelme!
- Az egyszeri nettó díj: A_n
- Ekvivalencia egyenlet

$$l_x \cdot A_n = l_x \cdot v^n$$

$$A_n = v^n$$

F, Időleges járadék biztosítás

- x éves biztosított, n éves tartam, amíg a biztosított életben van (de legfeljebb n évig) minden év elején (az első évben is!) 1 Ft BÖ-t fizet
- **A rendszeres díj számításánál is használjuk majd!**
- Az egyszeri nettó díj: $\ddot{a}_{x:n}$
- Ekvivalencia egyenlet:

$$l_x \cdot \ddot{a}_{x:n} = l_x + l_{x+1} \cdot v^1 + \cdots + l_{x+n-1} \cdot v^{n-1}$$

$$\ddot{a}_{x:n} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

G, Életjáradék biztosítás

- x éves biztosított amíg életben van minden év elején (az első évben is!) 1 Ft BÖ-t fizet (nincs tartamra megkötés!)
- Az egyszeri nettó díj: $\ddot{a}_x$

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

H, Halasztott járadék biztosítások

- A járadékfizetés csak d évvel később indul meg
- Halasztott időleges járadék

$$ {}_{d}\ddot{a}_{x:n} = \frac{N_{x+d} - N_{x+n+d}}{D_x} $$

- Halasztott életjáradék

$$ {}_{d}\ddot{a}_{x} = \frac{N_{x+d}}{D_x} $$

Feladat

- Számítsuk ki a bemutatott biztosítások egyszeri nettó díjait a férfi, női és az unisex halandósági táblákból! Hasonlítsuk össze az eredményeket!
- Vizsgáljuk hogyan függnek a díjak a belépési életkortól és a tartamtól!
- Milyen paramétertől függenek még a nettó díjak?

3. Életbiztosítások rendszeres (éves / havi) nettó díja

Egyszeri és rendszeres díj

- Az egyszeri díjak nem jól értékesíthető üzleti konstrukciók
- Éves / havi díjfizetés a jellemzőbb a gyakorlatban
- Az egyszeri díjakat az ekvivalencia elvvel számoljuk át rendszeres díjakra
- Díjfizetési tartam: m év (m≤n), de gyakran m=n
- Biztosítás típusától (kockázati, elérési stb.) független általános képlet adható!
- Az egyszeri nettó díjat x éves belépési kor esetén jelölje A_x, az m évig, minden időszak (év) elején fizetendő rendszeres díjat $P_{x:m}$.

Rendszeres éves díjak kalkulációja

- Az ekvivalencia egyenlet (bevételek várható jelenértéke egyszeri díjként = bevételek várható jelenértéke rendszeres díjként) :

$$l_x \cdot A_x = l_x \cdot P_{x:m} + l_{x+1} \cdot P_{x:m} \cdot v + \cdots + \\ + l_{x+m-1} \cdot P_{x:m} \cdot v^{m-1}$$

$$\frac{A_x}{P_{x:m}} = \frac{l_x + l_{x+1} \cdot v^1 + \cdots + l_{x+m-1} \cdot v^{m-1}}{l_x}$$

- A jobb oldal egy időleges járadék egyszeri nettó díja! $ä_{x:m}$
- A rendszeres díj képlete:

$$P_{x:m} = \frac{A_x}{ä_{x:m}}$$

- Szemléletesen: a biztosított fizet járadékot a biztosítónak

Rendszeres havi nettó díjak kalkulációja

- Az éves díj 12-ed része? NEM! Miért?
- 2 féle megközelítés (teljes éves díj beszedése vagy évközi halandóság figyelembe vétele)
- Évközi halandóságot is figyelembe véve (közelítés)

$$P_{x:m}^{(12)} = \frac{A_x}{12\,\ddot{a}_{x:m}^{(12)}}$$

ahol

$$\ddot{a}_{x:m}^{(12)} = \ddot{a}_{x:m} - \frac{11}{24}\left(1 - A_{x:m}^{1}\right)$$

4. Életbiztosítások bruttó (egyszeri és rendszeres) díjai

Bruttó díjak számítása

- Az eddig tárgyalt nettó díj csak a halálesettel kapcsolatos kockázatot fedezi
- Biztosító költségeit is fedezni kell! (jutalékok, működési költségek, tulajdonosi profitelvárás stb)
- Hagyományosan
  - α költségek – jutalék, kockázatelbírálás
  - β költségek – díj behajtásának költségei (folyamatos fenntartási költség)
  - γ költségek – egyéb fenntartási költség (működési költségek)
- Most egyszerűbben: λ loadingot használunk
- Bruttó díj = Nettó díj * (1 + λ)

Feladatok

1. Egy 50 éves ügyfél 65 éves korától szeretne életjáradékot (évi 2.000.000 Ft) kapni. A biztosítás rendszeres éves díját 64 éves koráig minden biztosítási év elején fizeti be, az utolsó díjat követő év elejétől indul be a járadékfizetés. Mennyi lesz ennek a biztosításnak a (bruttó / nettó) díja?
2. Mutassuk meg a kockázati életbiztosítás rendszeres / egyszeri nettó díjára (rögzített paraméterek esetén) az ekvivalencia elv teljesülését!

Feladatok 2.

3. Használjuk az előző modellt a következő biztosítások nettó díjának számításához
   a. Kockázati életbiztosítás,
   b. Kockázati életbiztosítás, ahol a biztosítási összeg 2.000.000 Ft plusz az addig befizetett összes nettó díj,
   c. Kockázati életbiztosítás, ahol a nettó díj és a biztosítási összeg évente 5%-kal indexálódik!

Köszönöm a figyelmet!